

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



1. letnik SŠ
Ime in priimek:

POZOR:

- Za vpis napačnega odgovora se točke lahko odbijejo.
- Če rešitev ni, to zapiši.
- Če je rešitev več, zadostuje ena.

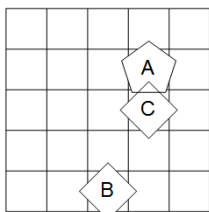
Čas reševanja:
45 minut

ŠOLSKA RAVEN TEKMOVANJA 2020-21

1. SVET

Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov. Oznako resničnosti (R ali N) stavkov zapiši v tabelo levo od stavka. Zadnji primer je rešen.

R	1. $\exists x \text{ bel}(x)$
R	2. $\exists x(\neg \text{kvadrat}(x))$
R	3. $\neg(\forall x \text{ siv}(x))$
N	4. $\neg(\exists x(\neg \text{kvadrat}(x)))$
R	5. $\exists x\forall y \neq x(\text{pod}(x,y))$
R	6. $\exists x\forall y \neq x(\text{pod}(x,y))$
R	7. $\forall x\exists y \neq x(\neg \text{trikotnik}(x) \vee \neg \text{kvadrat}(y))$
R	8. $\forall x\exists y \neq x(\neg \text{siv}(x) \vee \text{kvadrat}(y))$



Simboli:

- \Leftrightarrow ekvivalenca (če in samo če)
- \Rightarrow implikacija (če...potem)
- \wedge konjunkcija (in)
- \vee disjunkcija (ali)
- $\underline{\vee}$ ekskluzivna disjunkcija (ali...ali)
- \neg negacija (ne)

Opomba:

pod (A, B) pomeni: A je pod B

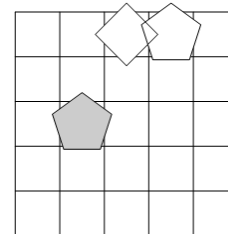
Oznaki:

R - resnično
N - neresnično

2. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B in C), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2 in 3). Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

- N 1. kvadrat (A) $\underline{\vee}$ siv (C)
N 2. siv (C) $\underline{\vee}$ trikotnik (C)
R 3. kvadrat (A) \vee desno (A,B)



Opomba:

pod (A, B) - A je pod B

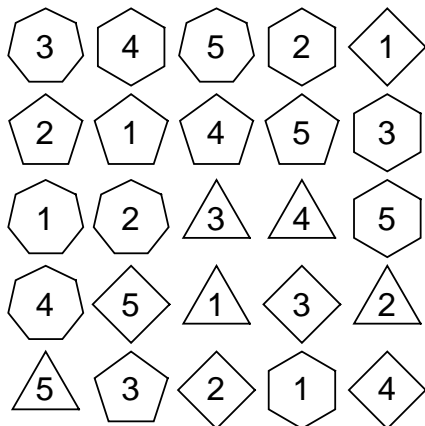
Oznaki:

R - resnično
N - neresnično

Izpolnjeni vsi pogoji:	BAC					
1. pogoj ni izpolnjen:	BCA					
2. pogoj ni izpolnjen:	CBA					

3. SUDOKU Z LIKI

V kvadratke vpiši števila od 1 do 5, tako da bodo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in vsakem liku nastopala vsa različna števila.



4. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh vrst, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iz iste vrste. Srečamo prebivalce (A, B, C, D), ki podajo spodnje izjave. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

A B-ju: Če je D Temaček, potem je C Matemček.

B C-ju: A je Temaček ali D je Temaček.

C D-ju: Sem Matemček, če in samo če je A Matemček.

Oseba A je Matemček.

Oseba B je Matemček.

Oseba C je Temaček.

5. VITEZI IN OPRODE

vitezi – vedno povedo resnico

oprode – vedno lažejo

V deželi vitezov, oprod in vohunov srečamo 5 oseb (osebe A, B, C, D in E). prve štiri dajo izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, kdo je vitez in kdo oproda.

- A: E je oproda ali C je vitez.
B: D je vitez ali jaz sem oproda.
C: B je oproda ali E je vitez.
D: E je oproda ali B je oproda.

Oseba A je vitez.

Oseba B je vitez.

Oseba C je oproda.

6. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi – vedno povedo resnico

oprode – vedno lažejo

vohuni – kakor kdaj

V deželi lažnivcev živijo vitezi, oprode in vohuni. Srečamo več oseb (osebe A, B, C, ...), ki zapovrstjo podajo izjave. Med njimi je največ en vohun. Na podlagi povedanega ugotovi, kdo je vitez, oproda ali vohun.

- A: D je oproda ali A je vitez.
B: A je vohun in D je vohun.
C: D je vitez, če in samo če je C vitez.
D: D je vitez in B je vitez.

Oseba A je vitez.

Oseba B je oproda.

Oseba C je vohun.

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



2. letnik SŠ
Ime in priimek:

POZOR:

- Za vpis napačnega odgovora se točke lahko odbijejo.
- Če rešitev ni, to zapiši.
- Če je rešitev več, zadostuje ena.

Čas reševanja:
45 minut

ŠOLSKA RAVEN TEKMOVANJA 2020-21

1. SVET

Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov. Oznako resničnosti (R ali N) stavkov zapiši v tabelo levo od stavka. Zadnji primer je rešen.

R	1. $\exists x$ trikotnik(x)
N	2. $\forall x(\neg \text{siv}(x))$
R	3. $\neg(\forall x \text{ petkotnik}(x))$
R	4. $\neg(\forall x(\neg \text{siv}(x)))$
R	5. $\exists x \forall y \neq x(\text{pod}(x,y))$
R	6. $\exists x \forall y \neq x(\text{levo od}(x,y))$
R	7. $\forall x \exists y \neq x(\neg \text{petkotnik}(x) \vee \neg \text{petkotnik}(y))$
N	8. $\forall x \exists y \neq x(\text{kvadrat}(x) \wedge \neg \text{petkotnik}(y))$

Simboli:

- \Leftrightarrow ekvivalenca (če in samo če)
- \Rightarrow implikacija (če...potem)
- \wedge konjunkcija (in)
- \vee disjunkcija (ali)
- $\underline{\vee}$ ekskluzivna disjunkcija (ali...ali)
- \neg negacija (ne)

Opomba:

pod (A, B) pomeni: A je pod B

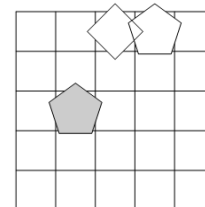
Oznaki:

- R - resnično
- N - neresnično

2. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B in C), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2 in 3). Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

- N 1. kvadrat (A) $\underline{\vee}$ siv (C)
N 2. siv (C) $\underline{\vee}$ trikotnik (C)
R 3. kvadrat (A) \vee desno (A,B)



Opomba:

pod (A, B) - A je pod B

Oznaki:

- R - resnično
- N - neresnično

Izpolnjeni vsi pogoji:	BAC					
2. pogoj ni izpolnjen:	CBA					
3. pogoj ni izpolnjen:	ABC		ACB			

3. SUDOKU Z LIKI

V kvadratke vpiši števila od 1 do 5, tako da bodo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in vsakem liku nastopala vsa števila.

4. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh vrst, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iz iste vrste. Srečamo prebivalce (A, B, C, D), ki podajo spodnje izjave. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

- A B-ju: C je Temaček ali D je Temaček.
B C-ju: Če je D Matemček, potem je A Matemček.
C D-ju: Če si Matemček, potem je B Matemček.

Oseba A je Temaček.

Oseba B je Temaček.

Oseba C je Temaček.

5. VITEZI IN OPRODE

vitezi – vedno povedo resnico

oprode – vedno lažejo

V deželi vitezov, oprod in vohunov srečamo 5 oseb (osebe A, B, C, D in E). prve štiri dajo izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, kdo je vitez in kdo oproda.

- A: Če je B oproda, potem je C oproda.
B: E je vitez ali A je oproda.
C: B je oproda in D je vitez.
D: Če je C oproda, potem je A vitez.

Oseba A je vitez.

Oseba B je vitez.

Oseba C je oproda.

Oseba D je vitez.

6. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi – vedno povedo resnico

oprode – vedno lažejo

vohuni – kakor kdaj

V deželi lažnivcev živijo vitezi, oprode in vohuni. Srečamo več oseb (osebe A, B, C, ...), ki zapovrstjo podajo izjave. Med njimi je največ en vohun. Na podlagi povedanega ugotovi, kdo je vitez, oproda ali vohun.

- A: C je vohun in B je oproda.
B: C je vitez, če in samo če je A oproda.
C: Če je C vitez, potem je B oproda.
D: B je vohun in A je vitez.

Oseba A je vohun.

Oseba B je oproda.

Oseba C je vitez.

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



3. letnik SŠ
Ime in priimek:

POZOR:

- Za vpis napačnega odgovora se točke lahko odbijejo.
- Če rešitev ni, to zapiši.
- Če je rešitev več, zadostuje ena.

Čas reševanja:
45 minut

ŠOLSKA RAVEN TEKMOVANJA 2020-21

NAVODILA

- Lik v »svetu« je lahko trikotnik, kvadrat ali petkotnik, po barvi pa bel ali siv.
- Med liki nastopajo relacije: »A je **levo** od B« pomeni, da je središče lika A v stolpcu, ki je levo od stolpca, v katerem je središče lika B; »A je **pod** B« pomeni, da je središče lika A v vrstici, ki je pod vrstico, v kateri je središče lika B. Podobno velja za relaciji »je desno« in »je nad«.
- **Resničnost** bomo označevali z 1 (ali R), **neresničnost** pa z 0 (ali N).

IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. Potem je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/2$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- **Vrednost sestavljenih izjav** je podana s tabelo na desni.
- Za **negacijo izjave** velja, da je vrednost negacij za 1, $1/2$ in 0 enaka 0, $1/2$ in 1.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	$1/2$	$1/2$	1	$1/2$	$1/2$
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	$1/2$	0	$1/2$	1	$1/2$
$1/2$	1	$1/2$	1	1	$1/2$
$1/2$	0	0	$1/2$	$1/2$	$1/2$
$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$

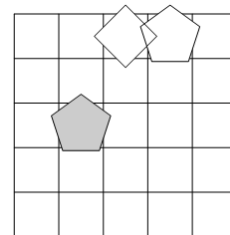
VERJETNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. V tem primeru je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/3$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Pri **vrednosti sestavljenih izjav** veljajo pravila verjetnostnega računa. Pri tem upoštevamo, da je barva lika neodvisna od oblike. Primer: lik C je krog obarvan belo-sivo. Potem je verjetnost izjave *Trikotnik(C) \wedge Bel(C)* enaka $1/6$.

1. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B in C), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2 in 3). Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

- N 1. kvadrat (A) \vee siv (C)
N 2. siv (C) \vee trikotnik (C)
R 3. kvadrat (A) \vee desno (A,B)



Opomba:
pod (A, B) - A je pod B

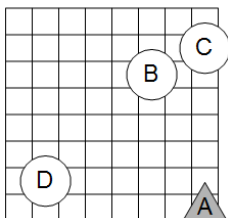
Oznaki:
R - resnično
N - neresnično

Izpolnjeni vsi pogoji:	BAC					
1. pogoj ni izpolnjen:	BCA					
3. pogoj ni izpolnjen:	ABC			ACB		

2. IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

Izračunaj vrednosti izjav v izbrani trovrednostni logiki (uporabi tabelo zgoraj). Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

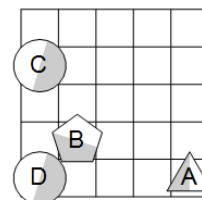
0	1. \neg kvadrat (D) \wedge siv (D)
$1/2$	2. \neg trikotnik (C) \Rightarrow siv (B)
$1/2$	3. kvadrat (A) \vee petkotnik (B)
0	4. \neg siv (C) \wedge siv (D)
$1/2$	5. \neg trikotnik (C) \Rightarrow kvadrat (D)
$1/2$	6. \neg (\neg petkotnik (D) \wedge bel (B))
1	7. \neg (\neg petkotnik (A) \Rightarrow petkotnik (A))
$1/2$	8. \neg (petkotnik (A) \vee \neg petkotnik (D))



3. VERJETNOSTNA LOGIKA

Izračunaj vrednosti izjav v verjetnostni logiki. Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

$7/9$	1. \neg petkotnik (D) \vee petkotnik (C)
0	2. \neg petkotnik (B) \wedge \neg trikotnik (C)
0	3. kvadrat (A) \wedge \neg petkotnik (A)
$3/4$	4. \neg siv (A) \vee \neg siv (C)
0	5. kvadrat (C) \wedge kvadrat (A)
$3/4$	6. \neg bel (B) \vee bel (A)
1	7. petkotnik (B) \vee siv (D)
$1/6$	8. kvadrat (D) \wedge \neg siv (C)



4. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh vrst, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iz iste vrste. Srečamo prebivalce (A, B, C, D in E), ki podajo spodnje izjave. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

- A B-ju: E je Temaček in jaz sem Matemček.
B C-ju: Si Temaček, če in samo če je A Temaček.
C D-ju: A je Matemček, če in samo če je B Matemček.
D E-ju: A je Matemček ali B je Temaček.

Oseba A je Matemček.

Oseba B je Matemček.

Oseba C je Temaček.

Oseba D je Temaček.

5. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi – vedno povedo resnico

oprode – vedno lažejo

vohuni – kakor kdaj

V deželi lažnivcev živijo vitezi, oprode in vohuni. Srečamo več oseb (osebe A, B, C, ...), ki zapovrstjo podajo izjave. Med njimi je **največ en vohun**. Na podlagi povedanega ugotovi, kdo je vitez, oproda ali vohun.

- A: A je oproda ali B je vohun.
B: C je vitez, če in samo če je A vohun.
C: C je oproda in B je vohun.
D: D je vohun, če in samo če je B vohun.

Oseba A je vohun.

Oseba B je oproda.

Oseba C je oproda.

Oseba D je vitez.

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



4. letnik SŠ, UNI
Ime in priimek:

POZOR:

- Za vpis napačnega odgovora se točke lahko odbijejo.
- Če rešitev ni, to zapiši.
- Če je rešitev več, zadostuje ena.

ŠOLSKA RAVEN TEKMOVANJA 2020-21

Čas reševanja:
45 minut

NAVODILA

- Lik v »svetu« je lahko trikotnik, kvadrat ali petkotnik, po barvi pa bel ali siv.
- Med liki nastopajo relacije: »A je **levo** od B« pomeni, da je središče lika A v stolpcu, ki je levo od stolpca, v katerem je središče lika B; »A je **pod** B« pomeni, da je središče lika A v vrstici, ki je pod vrstico, v kateri je središče lika B. Podobno velja za relaciji »je desno« in »je nad«.
- Resničnost** bomo označevali z 1 (ali R), **neresničnost** pa z 0 (ali N).

IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. Potem je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/2$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Vrednost sestavljenih izjav** je podana s tabelo na desni.
- Za **negacijo izjave** velja, da je vrednost negacij za 1, $1/2$ in 0 enaka 0, $1/2$ in 1.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	$1/2$	$1/2$	1	$1/2$	$1/2$
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	$1/2$	0	$1/2$	1	$1/2$
$1/2$	1	$1/2$	1	1	$1/2$
$1/2$	0	0	$1/2$	$1/2$	$1/2$
$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$

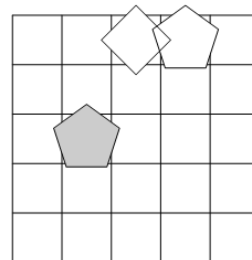
VERJETNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. V tem primeru je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/3$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Pri **vrednosti sestavljenih izjav** veljajo pravila verjetnostnega računa. Pri tem upoštevamo, da je barva lika neodvisna od oblike. Primer: lik C je krog obarvan belo-sivo. Potem je verjetnost izjave *Trikotnik(C) \wedge Bel(C)* enaka $1/6$.

1. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B in C), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2 in 3). Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

- N 1. kvadrat (A) \vee siv (C)
N 2. siv (C) \vee trikotnik (C)
R 3. kvadrat (A) \vee desno (A,B)



Opomba:

pod (A, B) - A je pod B

Oznaki:

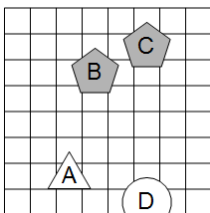
- R - resnično
N - neresnično

1. pogoj ni izpolnjen:		BCA				
2. pogoj ni izpolnjen:			CBA			
3. pogoj ni izpolnjen:				ABC		ACB

2. IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

Izračunaj vrednosti izjav v izbrani trovrednostni logiki (uporabi tabelo zgoraj). Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

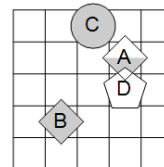
1	1. \neg kvadrat (A) \vee \neg bel (C)
1	2. \neg bel (B) \vee bel (C)
0	3. siv (C) \Rightarrow petkotnik (A)
0	4. \neg petkotnik (B) \wedge \neg petkotnik (A)
$1/2$	5. kvadrat (D) \Leftrightarrow trikotnik (A)
0	6. $\neg(\neg$ trikotnik (C) \Leftrightarrow petkotnik (C))
1	7. $\neg(\neg$ siv (B) \vee \neg petkotnik (C))
0	8. $\neg(\text{trikotnik (C)} \Rightarrow \text{siv (D)})$



3. VERJETNOSTNA LOGIKA

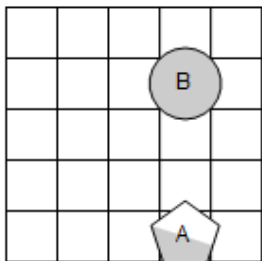
Izračunaj vrednosti izjav v verjetnostni logiki. Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

0	1. \neg kvadrat (A) \vee kvadrat (D)
1	2. trikotnik (C) \vee bel (D)
1	3. \neg petkotnik (A) \vee \neg siv (C)
$2/3$	4. kvadrat (D) \vee \neg petkotnik (C)
1	5. \neg bel (C) \wedge \neg siv (D)
$1/2$	6. trikotnik (D) \vee siv (A)
1	7. \neg siv (D) \vee bel (B)
0	8. \neg siv (A) \wedge petkotnik (A)



4. VERJETNOSTNA LOGIKA - POGOJNA VERJETNOST

V danem svetu je slučajno izbran en lik, recimo mu X. Pogojno verjetnost dogodka E pri pogoju S označujemo $P(E|S)$. Izpolni spodnjo tabelo.



	P(S)	$P(X = A S)$	$P(X = B S)$
bel (X)	$1/4$	1	0
\neg kvadrat (X)	$5/6$	$3/5$	$2/5$
siv (X) \vee petkotnik (X)	1	$1/2$	$1/2$
bel (X) \vee trikotnik (X)	$5/12$	$3/5$	$2/5$

5. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh vrst, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iz iste vrste. Srečamo prebivalce (A, B, C, D in E), ki podajo spodje izjave. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

A B-ju: D je Temaček in jaz sem Matemček.

B C-ju: E je Temaček, če in samo če je D Matemček.

C D-ju: Si Temaček ali E je Matemček.

D E-ju: C je Matemček ali B je Temaček.

Oseba A je Matemček.

Oseba B je Temaček.

Oseba C je Matemček.

Oseba D je Matemček.

Oseba E je Matemček.