

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



1. letnik SŠ
Ime in priimek:

POZOR:
- Za vpis napačnega odgovora se lahko točke odbijejo.
- Če rešitev ni, to zapiši.
- Če je rešitev več, zadostuje ena.

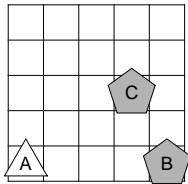
Čas reševanja:
45 minut

ŠOLSKO TEKMOVANJE 2019-20

1. SVET

Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov. Oznako resničnosti (R ali N) stavkov zapiši v tabelo levo od stavka.

N	1. $\forall x$ kvadrat(x)
R	2. $\exists x(\neg$ kvadrat(x))
N	3. $\neg(\exists x$ petkotnik(x))
N	4. $\neg(\exists x(\neg$ bel(x)))
R	5. $\exists x\forall y \neq x$ (desno od(x,y))
R	6. $\exists x\forall y \neq x$ (nad(x,y))
N	7. $\forall x\exists y \neq x(\neg$ trikotnik(x) \wedge petkotnik(y))
N	8. $\forall x\exists y \neq x$ (siv(x) \vee kvadrat(y))
R	9. $\exists x\forall y \neq x$ (bel(x) \vee \neg petkotnik(y))
R	10. $\exists x\forall y \neq x$ (trikotnik(x) \wedge \neg kvadrat(y))



Simboli:

\Leftrightarrow ekvivalenca (če in samo če)
 \Rightarrow implikacija (če..potem)
 \wedge konjunkcija (in)
 \vee disjunkcija (ali)
 ∇ ekskluzivna disjunkcija (ali..ali)
 \neg negacija (ne)

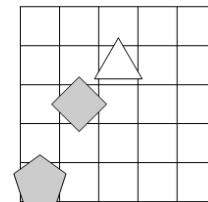
Opomba:

pod (B, A) pomeni: B je pod A
Oznaki:
 R – resnično, N - neresnično

2. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B in C), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2 in 3). Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

- R 1. bel (B) \Rightarrow bel (C)
 N 2. siv (A) \Rightarrow bel (A)
 R 3. kvadrat (A) \Rightarrow pod (A, B)



Oznaki:

R – resnično
 N – neresnično

Opomba:

pod (A, B) pomeni: A je pod B

Izpolnjeni vsi pogoji:	CBA	/				
1. pogoj ni izpolnjen:	BCA	BAC				
2. pogoj ni izpolnjen:	ACB	ABC				
3. pogoj ni izpolnjen:	CAB	/				

3. FUTOŠIKI S KONGRUENCAMI

V kvadratke vpiši števila od 1 do 5, tako da bodo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopala vsa števila ter da bodo izpolnjene relacije \equiv . Oznaka $a \equiv n b$ pomeni, da je $|a - b|$ deljivo z n .

1	5	4	2	3
3	2	5	1	4
5	1	3	4	2
4	3	2	5	1
2	4	1	3	5

4. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh plemen, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iz istega plemena. Srečamo tri prebivalce (A, B in C). Vsak izreče eno izjavo. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

A reče B-ju: Sem Matemček in ti si Temaček.
 B reče C-ju: Sem Temaček ali A je Matemček.

Oseba A je Temaček,

Oseba B je Matemček.

Oseba C je Temaček.

5. VITEZI IN OPRODE

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

V deželi vitezov in oprod srečamo pet oseb (osebe A, B, C, D in E), prve štiri dajo izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez in katera oproda.

A reče: Če je B oproda, potem je D oproda.
 B reče: D je oproda, če in samo če je A vitez.
 C reče: E je vitez, če in samo če je A oproda.
 D reče: E je vitez, če in samo če je B oproda.

Oseba A je vitez.

Oseba B je vitez.

Oseba C je oproda.

Oseba D je oproda.

Oseba E je vitez.

6. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

vohuni - kakor kdaj

V deželi vitezov, oprod in vohunov srečamo tri osebe (osebe A, B in C). Med njimi je največ en vohun. Vsaka oseba poda eno izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez, oproda, vohun?

A reče: A je oproda ali C je oproda.
 B reče: Če je C oproda, potem je B vohun.
 C reče: C je vohun, če in samo če je A vohun.

Oseba A je vohun.

Oseba B je oproda.

Oseba C je oproda.

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



2. letnik SŠ
Ime in priimek:

POZOR:
- Za vpis napačnega odgovora se lahko točke odbijejo.
- Če rešitev ni, to zapiši.
- Če je rešitev več, zadostuje ena.

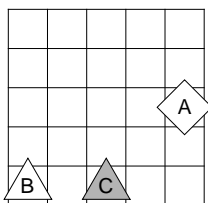
ŠOLSKO TEKMOVANJE 2019-20

Čas reševanja:
45 minut

1. SVET

Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov. Oznako resničnosti (R ali N) stavkov zapiši v tabelo levo od stavka.

N	1. $\forall x$ kvadrat(x)
R	2. $\exists x(\neg$ kvadrat(x))
R	3. $\neg(\exists x$ petkotnik(x))
N	4. $\neg(\exists x(\neg$ bel(x)))
R	5. $\exists x\forall y \neq x$ (desno od(x,y))
R	6. $\exists x\forall y \neq x$ (nad(x,y))
N	7. $\forall x\exists y \neq x$ (trikotnik(x) \wedge petkotnik(y))
N	8. $\forall x\exists y \neq x$ (siv(x) \vee kvadrat(y))
R	9. $\exists x\forall y \neq x$ (bel(x) \vee \neg petkotnik(y))
N	10. $\exists x\forall y \neq x$ (trikotnik(x) \wedge \neg kvadrat(y))



Simboli:

- \Leftrightarrow ekvivalenca (če in samo če)
- \Rightarrow implikacija (če..potem)
- \wedge konjunkcija (in)
- \vee disjunkcija (ali)
- ∇ ekskluzivna disjunkcija (ali..ali)
- \neg negacija (ne)

Opomba:

pod (A, C) pomeni: A je pod C

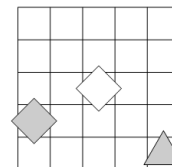
Oznaki:

R – resnično, N - neresnično

2. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B in C), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2 in 3). Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

- R 1. siv (A) \Leftrightarrow bel (B)
N 2. bel (C) \Leftrightarrow bel (A)
N 3. bel (C) \Leftrightarrow desno (A, B)



Oznaki:

R – resnično
N – neresnično

Opomba:

desno (A, B) pomeni: A je desno od B

Izpolnjeni vsi pogoji:	BAC	/	/	/	/	/
1. pogoj ni izpolnjen:	ACB	/	/	/	/	/
2. pogoj ni izpolnjen:	CBA	/	/	/	/	/
3. pogoj ni izpolnjen:	CAB	/	/	/	/	/

3. FUTOŠIKI S KONGRUENCAMI

V kvadratke vpiši števila od 1 do 5, tako da bodo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopala vsa števila ter da bodo izpolnjene relacije \equiv . Oznaka $a \equiv b$ pomeni, da je $|a - b|$ deljivo z n .

5	4	2	1	3
1	5	4	3	2
3	1	5	2	4
2	3	1	4	5
4	2	3	5	1

4. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh plemen, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iz istega plemena. Srečamo tri prebivalce (A, B in C). Vsak izreče eno izjavo. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

A reče B-ju: Sem Temaček ali si ti Temaček.
B reče C-ju: Če je A Matemček, potem si ti Temaček.

Oseba A je Temaček.

Oseba B je Temaček.

Oseba C je Temaček.

5. VITEZI IN OPRODE

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

V deželi vitezov in oprod srečamo pet oseb (osebe A, B, C, D in E), prve štiri dajo izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez in katera oproda.

- A reče: B je oproda ali E je vitez.
B reče: D je vitez, če in samo če je A vitez.
C reče: D je oproda ali A je oproda.
D reče: Če je A oproda, potem je E oproda.

Oseba A je vitez.

Oseba B je vitez.

Oseba C je oproda.

Oseba D je vitez.

Oseba E je vitez.

6. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

vohuni - kakor kdaj

V deželi vitezov, oprod in vohunov srečamo tri osebe (osebe A, B in C). Med njimi je največ en vohun. Vsaka oseba poda eno izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez, oproda, vohun?

- A reče: C je vohun, če in samo če je B oproda.
B reče: A je oproda, če in samo če je C vitez.
C reče: Če je A vohun, potem je C oproda.

Oseba A je vitez.

Oseba B je vohun.

Oseba C je vitez.

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



3. letnik SŠ
Ime in priimek:

POZOR:
- Za vpis napačnega odgovora se lahko točke odbijejo.
- Če rešitev ni, to zapiši.
- Če je rešitev več, zadostuje ena.

ŠOLSKO TEKMOVANJE 2019-20

Čas reševanja:
45 minut

NAVODILA

- Lik v »svetu« je lahko trikotnik, kvadrat ali petkotnik, po barvi pa bel ali siv.
- Med liki nastopajo relacije: »A je **levo** od B« pomeni, da je središče lika A v stolpcu, ki je levo od stolpca, v katerem je središče lika B; »A je **pod** B« pomeni, da je središče lika A v vrstici, ki je pod vrstico, v kateri je središče lika B. Podobno velja za relaciji »je desno« in »je nad«.
- Resničnost** bomo označevali z 1 (ali R), **neresničnost** pa z 0 (ali N).

IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. Potem je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/2$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Vrednost sestavljenih izjav** je podana s tabelo na desni.
- Za **negacijo izjave** velja, da je vrednost negacij za 1, $1/2$ in 0 enaka 0, $1/2$ in 1.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	$1/2$	$1/2$	1	$1/2$	$1/2$
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	$1/2$	0	$1/2$	1	$1/2$
$1/2$	1	$1/2$	1	1	$1/2$
$1/2$	0	0	$1/2$	$1/2$	$1/2$
$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$

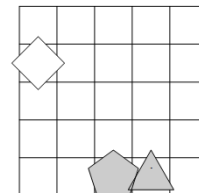
VERJETNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. V tem primeru je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/3$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Pri **vrednosti sestavljenih izjav** veljajo pravila verjetnostnega računa. Pri tem upoštevamo, da je barva lika neodvisna od oblike. Primer: lik C je krog obarvan belo-sivo. Potem je verjetnost izjave *Trikotnik(C) ∧ Bel(C)* enaka $1/6$.

1. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B in C), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2 in 3). Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

- N 1. trikotnik (B) \wedge siv (B)
N 2. kvadrat (B) \Leftrightarrow kvadrat (A)
R 3. bel (C) \vee nad (A, C)



Oznaki:
R – resnično
N – neresnično

Opomba:

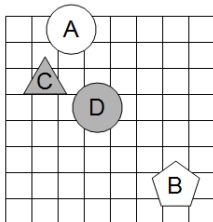
nad (A, C) pomeni: A je nad C

Izpolnjeni vsi pogoji:	CAB	/				
1. pogoj ni izpolnjen:	BAC	/				
2. pogoj ni izpolnjen:	ACB	/				
3. pogoj ni izpolnjen:	CBA	ABC				

2. IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

Izračunaj vrednosti izjav v izbrani trovrednostni logiki (uporabi tabelo zgoraj). Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

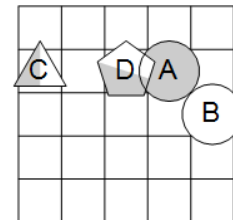
1	1. \neg kvadrat (A) \Rightarrow \neg siv (B)
$1/2$	2. \neg kvadrat (C) \wedge petkotnik (D)
$1/2$	3. trikotnik (C) \Rightarrow trikotnik (D)
1	4. trikotnik (D) \Rightarrow bel (B)
$1/2$	5. \neg kvadrat (D) \wedge kvadrat (D)
0	6. \neg (bel (A) \wedge \neg siv (A))
0	7. \neg (\neg trikotnik (D) \vee \neg trikotnik (B))
0	8. \neg (\neg kvadrat (C) \vee \neg trikotnik (D))



3. VERJETNOSTNA LOGIKA

Izračunaj vrednosti izjav v verjetnostni logiki. Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

0	1. trikotnik (C) \wedge kvadrat (C)
0	2. kvadrat (B) \wedge kvadrat (C)
0	3. \neg bel (C) \wedge petkotnik (C)
$1/2$	4. \neg bel (D) \vee \neg trikotnik (C)
$1/3$	5. siv (B) \vee trikotnik (A)
$2/3$	6. trikotnik (A) \vee \neg siv (D)
$1/3$	7. petkotnik (A) \wedge \neg kvadrat (C)
0	8. trikotnik (D) \wedge \neg trikotnik (A)



4. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh plemen, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iz istega plemena. Srečamo tri prebivalce (A, B in C). Vsak izreče eno izjavo. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

A reče B-ju: Si Temaček ali sem jaz Temaček.
B reče C-ju: Če sem Matemček, potem je A Temaček.

Oseba A je Temaček.

Oseba B je Temaček.

Oseba C je Temaček.

5. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

vohuni - kakor kdaj

V deželi vitezov, oprod in vohunov srečamo štiri osebe (osebe A, B, C in D). Med njimi je največ en vohun. Vsaka oseba poda eno izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez, oproda, vohun?

A reče: A je oproda in B je vitez.

B reče: Če je B vitez, potem je C oproda.

C reče: A je oproda, če in samo če je C oproda.

D reče: D je vohun, če in samo če je C oproda.

Oseba A je vohun.

Oseba B je vitez.

Oseba C je oproda.

Oseba D je oproda.

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



4. letnik SŠ
Ime in priimek:

POZOR:
- Za vpis napačnega odgovora se lahko točke odbijejo.
- Če rešitev ni, to zapiši.
- Če je rešitev več, zadostuje ena.

Čas reševanja:
45 minut

ŠOLSKO TEKMOVANJE 2019-20

NAVODILA

- Lik v »svetu« je lahko trikotnik, kvadrat ali petkotnik, po barvi pa bel ali siv.
- Med liki nastopajo relacije: »A je **levo** od B« pomeni, da je središče lika A v stolpcu, ki je levo od stolpca, v katerem je središče lika B; »A je **pod** B« pomeni, da je središče lika A v vrstici, ki je pod vrstico, v kateri je središče lika B. Podobno velja za relaciji »je desno« in »je nad«.
- Resničnost** bomo označevali z 1 (ali R), **neresničnost** pa z 0 (ali N).

IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. Potem je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/2$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Vrednost sestavljenih izjav** je podana s tabelo na desni.
- Za **negacijo izjave** velja, da je vrednost negacij za 1, $1/2$ in 0 enaka 0, $1/2$ in 1.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	$1/2$	$1/2$	1	$1/2$	$1/2$
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	$1/2$	0	$1/2$	1	$1/2$
$1/2$	1	$1/2$	1	1	$1/2$
$1/2$	0	0	$1/2$	$1/2$	$1/2$
$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$

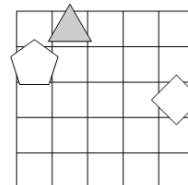
VERJETNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. V tem primeru je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/3$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Pri **vrednosti sestavljenih izjav** veljajo pravila verjetnostnega računa. Pri tem upoštevamo, da je barva lika neodvisna od oblike. Primer: lik C je krog obarvan belo-sivo. Potem je verjetnost izjave *Trikotnik(C) \wedge Bel(C)* enaka $1/6$.

1. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B in C), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2 in 3). Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

- R 1. kvadrat (B) \Rightarrow siv (B)
N 2. bel (A) \Rightarrow petkotnik (B)
N 3. kvadrat (A) ∇ pod (A, B)



Oznaki:
R – resnično
N – neresnično

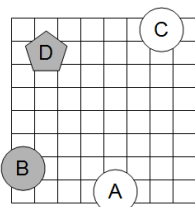
Opomba:
pod (A, B) pomeni: A je pod od B

Izpolnjeni vsi pogoji:	BAC					
1. pogoj ni izpolnjen:	CBA					
2. pogoj ni izpolnjen:	CAB		ACB			
3. pogoj ni izpolnjen:	BCA					

2. IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

Izračunaj vrednosti izjav v izbrani trovrednostni logiki (uporabi tabelo zgoraj). Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

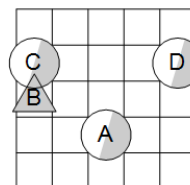
1	1. petkotnik (A) \vee \neg bel (B)
$1/2$	2. petkotnik (A) \Rightarrow kvadrat (C)
1	3. bel (B) \Rightarrow \neg bel (A)
1	4. petkotnik (D) \Leftrightarrow \neg siv (C)
$1/2$	5. kvadrat (B) \Leftrightarrow petkotnik (D)
$1/2$	6. \neg (kvadrat (C) \Rightarrow petkotnik (A))
0	7. \neg (kvadrat (C) \Rightarrow \neg kvadrat (D))
0	8. \neg (\neg siv (D) \vee \neg trikotnik (D))



3. VERJETNOSTNA LOGIKA

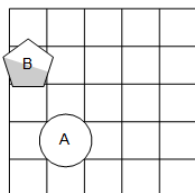
Izračunaj vrednosti izjav v verjetnostni logiki. Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

$2/3$	1. siv (C) \vee trikotnik (D)
$2/3$	2. \neg trikotnik (B) \vee \neg petkotnik (D)
0	3. \neg trikotnik (D) \wedge trikotnik (D)
$2/3$	4. \neg bel (A) \vee kvadrat (A)
1	5. trikotnik (B) \vee siv (D)
$1/3$	6. \neg trikotnik (B) \vee kvadrat (D)
$2/3$	7. siv (D) \vee kvadrat (A)
$2/3$	8. trikotnik (D) \vee bel (A)



4. VERJETNOSTNA LOGIKA - POGOJNA VERJETNOST

V danem svetu je slučajno izbran en lik, recimo mu X. Pogojno verjetnost dogodka E pri pogoju S označujemo P(E|S). Izpolni spodnjo tabelo.



svet

S	P(S)	P(X = A S)	P(X = B S)
kvadrat (X)	$1/6$	1	0
\neg petkotnik(X)	$1/3$	1	0
bel(X) \vee trikotnik(X)	$3/4$	$2/3$	$1/3$
bel(X) \wedge \neg trikotnik(X)	$7/12$	$4/7$	$3/7$

5. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

vohuni - kakor kdaj

V deželi vitezov, oprod in vohunov srečamo štiri osebe (osebe A, B, C in D). Med njimi je največ en vohun. Vsaka oseba poda eno izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez, oproda, vohun?

A reče: Če je C oproda, potem je D oproda.

B reče: D je vitez ali B je oproda.

C reče: A je oproda ali B je oproda.

D reče: C je oproda, če in samo če je B vohun.

Oseba A je vitez.

Oseba B je vitez.

Oseba C je vohun.

Oseba D je vitez.