

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



POZOR:
Za vpis napačnega odgovora se točke odbijejo.

1. letnik SŠ
Ime in priimek:

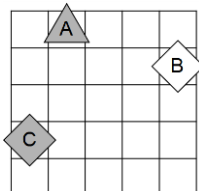
Čas reševanja:
45 minut

ŠOLSKO TEKMOVANJE 2018-19

1. SVET

Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov. Oznako resničnosti (R ali N) stavkov zapiši v tabelo levo od stavka.

- $\exists x \text{ bel}(x)$
- $\forall x(\neg \text{bel}(x))$
- $\neg(\exists x \text{ kvadrat}(x))$
- $\neg(\exists x(\neg \text{kvadrat}(x)))$
- $\exists x \forall y \neq x(\text{nad}(x,y))$
- $\exists x \forall y \neq x(\text{desno od}(x,y))$
- $\forall x \exists y \neq x(\neg \text{kvadrat}(x) \wedge \neg \text{trikotnik}(y))$
- $\forall x \exists y \neq x(\text{trikotnik}(x) \wedge \text{kvadrat}(y))$



Simboli:

- \Leftrightarrow ekvivalenca (če in samo če)
- \Rightarrow implikacija (če...potem)
- \wedge konjunkcija (in)
- \vee disjunkcija (ali)
- $\underline{\vee}$ ekskluzivna disjunkcija (ali...ali)
- \neg negacija (ne)

1	2	3	4	5	6	7	8
R	N	N	N	R	R	N	N

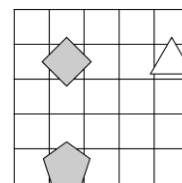
Opomba:
pod (B, A) pomeni: B je pod A
Oznaki:
R – resnično, N - neresnično

2. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B in C), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2 in 3). Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

Opomba: nad (A, B) pomeni: A je nad B

- siv (A) $\underline{\vee}$ kvadrat (B) R
- siv (B) \wedge bel (A) N
- siv (B) \vee nad (A, B) R



Izpolnjeni vsi pogoji:	CAB					
1. pogoj ni izpolnjen:	CBA					
2. pogoj ni izpolnjen:	ABC					
3. pogoj ni izpolnjen:	BAC		BCA			

3. SUDOKU

V kvadratke vpiši števila od 1 do 5, tako da bodo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in vsakem liku nastopala vsa števila.

5	4	3	2	1
1	2	4	5	3
2	3	5	1	4
4	1	2	3	5
3	5	1	4	2

4. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh plemen, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iz istega plemena. Srečamo tri prebivalce (A, B in C). Vsak izreče eno izjavo. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

A B-ju: Si Temaček ali je C Matemček.
B C-ju: Si Temaček in jaz sem Matemček.

Oseba A je Temaček.

Oseba B je Temaček.

Oseba C je Matemček.

5. VITEZI IN OPRODE

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

V deželi vitezov in oprod srečamo pet oseb (osebe A, B, C, D in E), prve štiri dajo izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez in katera oproda.

- A reče: Če sem jaz vitez, potem je E oproda.
- B reče: Sem oproda in C je oproda.
- C reče: Če sem jaz oproda, potem je A vitez.
- D reče: Sem vitez in E je vitez.

Oseba A je vitez.

Oseba B je oproda.

Oseba C je vitez.

Oseba D je oproda.

Oseba E je oproda.

6. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

vohuni - kakor kdaj

V deželi vitezov, oprod in vohunov srečamo tri osebe (osebe A, B in C). Med njimi je vsaj en vitez in vsaj en oproda. Vsaka oseba poda eno izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez, oproda, vohun?

A reče: C je vitez ali je B oproda.

B reče: Če je B oproda, potem je A vitez.

C reče: C je oproda ali je A vitez.

Oseba A je oproda.

Oseba B je vitez.

Oseba C je vohun.



POZOR:
Za vpis napačnega odgovora se točke odbijejo.

Čas reševanja:
45 minut

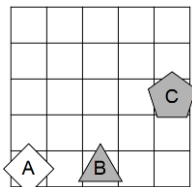
2. letnik SŠ
Ime in priimek:

ŠOLSKO TEKMOVANJE 2018-19

1. SVET

Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov. Oznako resničnosti (R ali N) stavkov zapiši v tabelo levo od stavka.

1. $\exists x$ trikotnik(x)
2. $\forall x(\neg \text{petkotnik}(x))$
3. $\neg(\exists x \text{ siv}(x))$
4. $\neg(\forall x(\neg \text{petkotnik}(x)))$
5. $\exists x \forall y \neq x(\text{pod}(x,y))$
6. $\exists x \forall y \neq x(\text{desno od}(x,y))$
7. $\forall x \exists y \neq x(\text{bel}(x) \wedge \neg \text{trikotnik}(y))$
8. $\forall x \exists y \neq x(\text{bel}(x) \vee \text{bel}(y))$



1	2	3	4	5	6	7	8
R	N	N	R	N	R	N	R

Simboli:

- \Leftrightarrow ekvivalenca (če in samo če)
- \Rightarrow implikacija (če...potem)
- \wedge konjunkcija (in)
- \vee disjunkcija (ali)
- ∇ ekskluzivna disjunkcija (ali...ali)
- \neg negacija (ne)

Opomba:
pod (A, C) pomeni: A je pod C

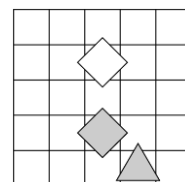
Oznaki:
R – resnično, N - neresnično

2. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B in C), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2 in 3). Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

Opomba: desno (A, C) pomeni: A je desno od C

1. trikotnik (C) \wedge trikotnik (C) N
2. bel (B) \Rightarrow siv (B) R
3. trikotnik (B) \Rightarrow desno (A, C) R



Izpolnjeni vsi pogoji:	BCA		
1. pogoj ni izpolnjen:	BAC		
2. pogoj ni izpolnjen:	CBA		
3. pogoj ni izpolnjen:	ACB	CAB	

3. SUDOKU

V kvadratke vpiši števila od 1 do 5, tako da bodo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in vsakem liku nastopala vsa števila.

2	5	1	4	3
3	4	2	5	1
5	1	4	3	2
1	3	5	2	4
4	2	3	1	5

4. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh plemen, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iz istega plemena. Srečamo tri prebivalce (A, B in C). Vsak izreče eno izjavo. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

A B-ju: C je Matemček, če in samo če si ti Temaček.
B C-ju: Sem Matemček in ti si Temaček..

Oseba A je Temaček.

Oseba B je Temaček.

Oseba C je Matemček.

5. VITEZI IN OPRODE

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

V deželi vitezov in oprod srečamo pet oseb (osebe A, B, C, D in E), prve štiri dajo izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez in katera oproda.

- A reče: D je oproda ali je B vitez.
- B reče: E je vitez in C je vitez.
- C reče: Če je B vitez, potem sem jaz oproda.
- D reče: B je oproda, če in samo če je E vitez.

Oseba A je vitez.

Oseba B je oproda.

Oseba C je vitez.

Oseba D je oproda.

Oseba E je oproda.

6. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

vohuni - kakor kdaj

V deželi vitezov, oprod in vohunov srečamo tri osebe (osebe A, B in C). Med njimi je vsaj en vitez in vsaj en oproda. Vsaka oseba poda eno izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez, oproda, vohun?

- A reče: B je oproda, če in samo če je A oproda.
- B reče: B je oproda in A je vitez.
- C reče: A je vitez ali je B oproda.

Oseba A je vohun.

Oseba B je oproda.

Oseba C je vitez.

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



3. letnik SŠ
Ime in priimek:

POZOR:
Za vpis napačnega
odgovora se točke odbijejo.

Čas reševanja:
45 minut

ŠOLSKO TEKMOVANJE 2018-19

NAVODILA

- Lik v »svetu« je lahko trikotnik, kvadrat ali petkotnik, po barvi pa bel ali siv.
- Med liki nastopajo relacije: »A je **levo** od B« pomeni, da je središče lika A v stolpcu, ki je levo od stolpca, v katerem je središče lika B; »A je **pod** B« pomeni, da je središče lika A v vrstici, ki je pod vrstico, v kateri je središče lika B. Podobno velja za relaciji »je desno« in »je nad«.
- Resničnost** bomo označevali z 1 (ali R), **neresničnost** pa z 0 (ali N).

IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. Potem je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/2$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Vrednost sestavljenih izjav** je podana s tabelo na desni.
- Za **negacijo izjave** velja, da je vrednost negacij za 1, $1/2$ in 0 enaka 0, $1/2$ in 1.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	$1/2$	$1/2$	1	$1/2$	$1/2$
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	$1/2$	0	$1/2$	1	$1/2$
$1/2$	1	$1/2$	1	1	$1/2$
$1/2$	0	0	$1/2$	$1/2$	$1/2$
$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$

VERJETNOSTNA LOGIKA

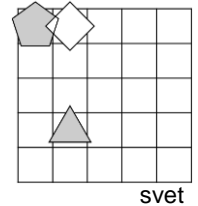
- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. V tem primeru je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/3$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Pri **vrednosti sestavljenih izjav** veljajo pravila verjetnostnega računa. Pri tem upoštevamo, da je barva lika neodvisna od oblike. Primer: lik C je krog obarvan belo-sivo. Potem je verjetnost izjave *Trikotnik(C) \wedge Bel(C)* enaka $1/6$.

1. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B in C), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2 in 3). Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

Opomba: nad (A, C) pomeni: A je nad C

- siv (B) \Leftrightarrow petkotnik (B) R
- petkotnik (B) \vee kvadrat (C) N
- siv (A) \Rightarrow nad (A, C) R



svet

Oznaki:
R - resnično
N - neresnično

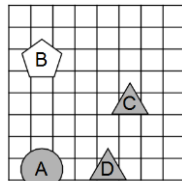
Izpolnjeni vsi pogoji:	CBA			
1. pogoj ni izpolnjen:	BAC			
2. pogoj ni izpolnjen:	CAB			
3. pogoj ni izpolnjen:	ACB	ABC		

2. IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

Izračunaj vrednosti izjav v izbrani trovrednostni logiki (uporabi tabelo zgoraj). Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

$1/2$
1
1
$1/2$
1
0
0
1

- \neg kvadrat (A) \vee kvadrat (A)
- petkotnik (B) \Leftrightarrow petkotnik (B)
- \neg siv (B) \Leftrightarrow \neg kvadrat (D)
- \neg bel (C) \Leftrightarrow \neg trikotnik (A)
- bel (C) \Leftrightarrow petkotnik (C)
- $\neg(\neg$ petkotnik (C) \vee \neg bel (D))
- \neg (trikotnik (C) \vee kvadrat (B))
- $\neg(\neg$ trikotnik (B) \wedge bel (A))



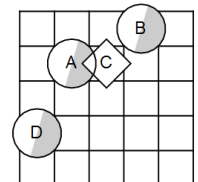
svet

3. VERJETNOSTNA LOGIKA

Izračunaj vrednosti izjav v verjetnostni logiki. Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

$2/3$
$1/3$
$1/3$
$1/3$
1
$5/6$
$4/9$
1

- \neg trikotnik (D) \vee \neg trikotnik (D)
- \neg siv (B) \wedge \neg petkotnik (A)
- \neg trikotnik (A) \wedge \neg siv (B)
- \neg petkotnik (B) \wedge trikotnik (B)
- \neg trikotnik (B) \vee \neg kvadrat (B)
- \neg kvadrat (B) \vee bel (A)
- \neg kvadrat (A) \wedge \neg kvadrat (D)
- siv (B) \vee bel (B)



svet

4. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh plemen, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iz istega plemena. Srečamo tri prebivalce (A, B in C). Vsak izreče eno izjavo. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

A B-ju: Če sem Matemček, potem si ti Matemček.

B C-ju: Si Matemček ali sem jaz Matemček..

Oseba A je Matemček.

Oseba B je Matemček.

Oseba C je Matemček.

5. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

vohuni - kakor kdaj

V deželi vitezov, oprod in vohunov srečamo štiri osebe (osebe A, B, C in D). Med njimi je vsaj en vitez in vsaj en oproda. Vsaka oseba poda eno izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez, oproda, vohun?

A reče: D je vitez ali je A oproda.

B reče: C je vitez in D je vitez.

C reče: B je vitez, če in samo če je C oproda.

D reče: Če je D vitez, potem je C vitez.

Oseba A je vohun.

Oseba B je oproda.

Oseba C je vitez.

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



POZOR:
Za vpis napačnega odgovora se točke odbijejo.

4. letnik SŠ
Ime in priimek:

Čas reševanja:
45 minut

ŠOLSKO TEKMOVANJE 2018-19

NAVODILA

- Lik v »svetu« je lahko trikotnik, kvadrat ali petkotnik, po barvi pa bel ali siv.
- Med liki nastopajo relacije: »A je **levo** od B« pomeni, da je središče lika A v stolpcu, ki je levo od stolpca, v katerem je središče lika B; »A je **pod** B« pomeni, da je središče lika A v vrstici, ki je pod vrstico, v kateri je središče lika B. Podobno velja za relaciji »je desno« in »je nad«.
- Resničnost** bomo označevali z 1 (ali R), **neresničnost** pa z 0 (ali N).

IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. Potem je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/2$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Vrednost sestavljenih izjav** je podana s tabelo na desni.
- Za **negacijo izjave** velja, da je vrednost negacij za 1, $1/2$ in 0 enaka 0, $1/2$ in 1.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	$1/2$	$1/2$	1	$1/2$	$1/2$
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	$1/2$	0	$1/2$	1	$1/2$
$1/2$	1	$1/2$	1	1	$1/2$
$1/2$	0	0	$1/2$	$1/2$	$1/2$
$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$

VERJETNOSTNA LOGIKA

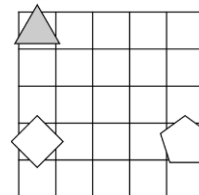
- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. V tem primeru je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/3$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Pri **vrednosti sestavljenih izjav** veljajo pravila verjetnostnega računa. Pri tem upoštevamo, da je barva lika neodvisna od oblike. Primer: lik C je krog obarvan belo-sivo. Potem je verjetnost izjave *Trikotnik(C) \wedge Bel(C)* enaka $1/6$.

1. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B in C), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2 in 3). Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

Opomba: desno (A, B) pomeni: A je desno od B

- siv (A) $\underline{\vee}$ petkotnik (C) N
- petkotnik (C) \vee kvadrat (C) R
- siv (C) $\underline{\vee}$ desno (A, B) N



svet

Oznaki:

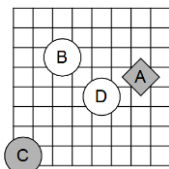
R - resnično
N - neresnično

Izpolnjeni vsi pogoji:	ABC					
1. pogoj ni izpolnjen:	ACB		BAC			
2. pogoj ni izpolnjen:	CBA					
3. pogoj ni izpolnjen:	BCA					

2. IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

Izračunaj vrednosti izjav v izbrani trovrednostni logiki (uporabi tabelo zgoraj). Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

$1/2$	1. \neg trikotnik (A) \wedge trikotnik (D)
1	2. \neg bel (D) \Rightarrow trikotnik (C)
0	3. bel (B) \Rightarrow \neg bel (B)
$1/2$	4. trikotnik (D) \wedge \neg trikotnik (D)
$1/2$	5. \neg trikotnik (B) \Leftrightarrow siv (C)
$1/2$	6. $\neg(\neg$ bel (C) \Rightarrow \neg petkotnik (D))
$1/2$	7. $\neg(\text{trikotnik (C)} \Leftrightarrow \text{bel (D)})$
0	8. $\neg(\text{siv (A)} \Leftrightarrow \neg \text{siv (B)})$

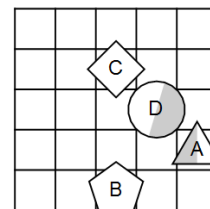


svet

3. VERJETNOSTNA LOGIKA

Izračunaj vrednosti izjav v verjetnostni logiki. Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

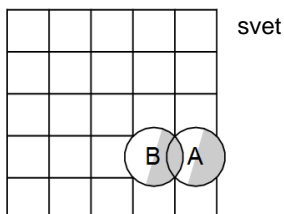
0	1. \neg petkotnik (C) \wedge trikotnik (C)
1	2. \neg petkotnik (C) \vee \neg bel (B)
$2/3$	3. \neg trikotnik (D) \wedge bel (C)
0	4. \neg bel (B) \wedge \neg petkotnik (C)
1	5. \neg trikotnik (B) \vee \neg bel (C)
$1/4$	6. bel (A) \wedge \neg bel (D)
$2/3$	7. \neg petkotnik (C) \wedge \neg trikotnik (D)
1	8. \neg siv (C) \vee \neg bel (D)



svet

4. VERJETNOSTNA LOGIKA - POGOJNA VERJETNOST

V danem svetu je slučajno izbran en lik, recimo mu X. Pogojno verjetnost dogodka E pri pogoju S označujemo $P(E|S)$. Izpolni spodnjo tabelo.



svet

S	P(S)	$P(X = A S)$	$P(X = B S)$
petkotnik(X)	$1/3$	$1/2$	$1/2$
\neg siv(X)	$1/2$	$1/2$	$1/2$
siv(X) \vee petkotnik(X)	$2/3$	$1/2$	$1/2$
siv(X) \wedge \neg petkotnik(X)	$1/3$	$1/2$	$1/2$

5. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

vohuni - kakor kdaj

V deželi vitezov, oprod in vohunov srečamo štiri osebe (osebe A, B, C in D). Med njimi je vsaj en vitez in vsaj en oproda. Vsaka oseba poda eno izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez, oproda, vohun?

A reče: D je vitez ali je B vitez.

B reče: C je vitez in A je vitez.

C reče: B je oproda in A je vitez.

D reče: A je vitez in B je oproda.

Oseba A je vitez.

Oseba B je oproda.

Oseba C je vohun.

Oseba D je vitez.