

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



1. letnik SŠ
Ime in priimek:

POZOR:
Za vpis napačnega
odgovora se točke odbijejo.

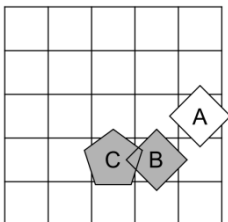
Čas reševanja:
45 minut

ŠOLSKO TEKMOVANJE 2017-18

1. SVET

Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov. Oznako resničnosti (R ali N) stavkov zapiši v tabelo levo od stavka.

R	1. $\text{nad}(A, B) \wedge \text{petkotnik}(C)$
R	2. $\text{pod}(C, A) \vee \text{nad}(B, C)$
R	3. $\text{pod}(B, A) \Rightarrow \text{levo od}(C, B)$
R	4. $\text{bel}(B) \Leftrightarrow \text{petkotnik}(A)$
N	5. $\exists x \text{ trikotnik}(x)$
R	6. $\exists x (\neg \text{siv}(x))$
R	7. $\exists x \forall y \neq x (\text{desno od}(x, y))$
N	8. $\forall x \exists y \neq x (\neg \text{petkotnik}(x) \wedge \text{siv}(y))$
R	9. $\exists x \forall y \neq x (\text{bel}(x) \vee \neg \text{bel}(y))$



Simboli:

\Leftrightarrow ekvivalenca (če in samo če)
 \Rightarrow implikacija (če...potem)
 \wedge konjunkcija (in)
 \vee disjunkcija (ali)
 $\underline{\vee}$ ekskluzivna disjunkcija (ali...ali)
 \neg negacija (ne)

Primer:

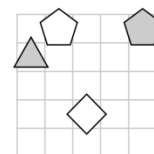
Lik C je levo od lika A R
Opomba:
 pod (A, B) pomeni: A je pod B
Oznaki:
 R - resnično
 N - neresnično

2. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B, C in D), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2, 3 in 4).

Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

1. Petkotnik (C) $\underline{\vee}$ Kvadrat (C)	R
2. Bel (D) \Leftrightarrow Petkotnik (D)	N
3. Siv (B) \vee Bel (D)	N
4. Trikotnik (C) \vee Pod (B, D)	R



Opomba:
 pod (A, B)
 pomeni: A je pod B
Oznaki:
 R - resnično
 N - neresnično

Veljajo vsi pogoji:	DBAC						
1. pogoj ni izpolnjen:	DACB		DBCA				
2. pogoj ni izpolnjen:	CBDA		ABDC				
3. pogoj ni izpolnjen:	DABC		DCBA				
4. pogoj ni izpolnjen:	DCAB						

3. SUDOKU

V kvadratke vpiši števila od 1 do 5, tako da bodo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in vsakem liku nastopala vsa števila.

3	1	5	2	4
4	2	1	3	5
2	5	3	4	1
1	4	2	5	3
5	3	4	1	2

4. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh plemen, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iz istega plemena. Srečamo štiri prebivalce (A, B, C in D). Vsak izreče eno izjavo. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

A reče B-ju: Si Matemček, če in samo če je C Temaček.
 B reče C-ju: Če sem Temaček, potem je A Temaček.
 C reče D-ju: A je Temaček in D je Matemček.
 D reče A-ju: C je Matemček in A je Matemček.

Oseba A je temaček.

Oseba B je matemček.

Oseba C je matemček.

Oseba D je matemček.

5. VITEZI IN OPRODE

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

V deželi vitezov in oprod srečamo pet oseb (osebe A, B, C, D in E), prve štiri dajo izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez in katera oproda.

A reče: Če je B vitez, potem sem jaz vitez.
 B reče: D je vitez, če in samo če je C oproda.
 C reče: B je vitez in E je vitez.
 D reče: A je vitez ali sem jaz oproda.

Oseba A je vitez.

Oseba B je vitez.

Oseba C je oproda.

Oseba D je vitez.

Oseba E je oproda.

6. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

vohuni - kakor kdaj

V deželi vitezov, oprod in vohunov srečamo tri osebe (osebe A, B in C). Med njimi je vsaj en vitez in vsaj en oproda. Vsaka oseba poda eno izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez, oproda, vohun?

A reče: Če je A oproda, potem je C oproda.
 B reče: A je vitez ali C je oproda.
 C reče: A je vitez in C je oproda.

Oseba A je vohun.

Oseba B je vitez.

Oseba C je oproda.



POZOR:
Za vpis napačnega odgovora se točke odbijejo.

2. letnik SŠ
Ime in priimek:

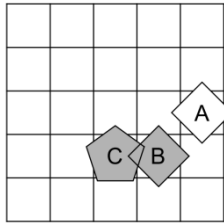
Čas reševanja:
45 minut

ŠOLSKO TEKMOVANJE 2017-18

1. SVET

Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov. Oznako resničnosti (R ali N) stavkov zapiši v tabelo levo od stavka.

- | | |
|---|--|
| R | 1. $\text{nad}(A,B) \wedge \text{petkotnik}(C)$ |
| R | 2. $\text{pod}(C,A) \vee \text{nad}(B,C)$ |
| R | 3. $\text{pod}(B,A) \Rightarrow \text{levo od}(C,B)$ |
| R | 4. $\text{bel}(B) \Leftrightarrow \text{petkotnik}(A)$ |
| N | 5. $\exists x \text{ trikotnik}(x)$ |
| R | 6. $\exists x(\neg \text{siv}(x))$ |
| R | 7. $\exists x \forall y \neq x(\text{desno od}(x,y))$ |
| N | 8. $\forall x \exists y \neq x(\neg \text{petkotnik}(x) \wedge \text{siv}(y))$ |
| R | 9. $\exists x \forall y \neq x(\text{bel}(x) \vee \neg \text{bel}(y))$ |



Simboli:

- \Leftrightarrow ekvivalenca (če in samo če)
- \Rightarrow implikacija (če...potem)
- \wedge konjunkcija (in)
- \vee disjunkcija (ali)
- $\underline{\vee}$ ekskluzivna disjunkcija (ali...ali)
- \neg negacija (ne)

Primer:

- Lik C je levo od lika A R
- Opomba:** pod (A, B) pomeni: A je pod B
- Oznaki:** R - resnično, N - neresnično

3. SUDOKU

V kvadratke vpiši števila od 1 do 5, tako da bodo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in vsakem liku nastopala vsa števila.

2	4	5	1	3
1	3	2	4	5
4	5	1	3	2
3	2	4	5	1
5	1	3	2	4

5. VITEZI IN OPRODE

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

V deželi vitezov in oprod srečamo pet oseb (osebe A, B, C, D in E), prve štiri dajo izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez in katera oproda.

- A reče: Če je B vitez, potem sem jaz vitez.
- B reče: D je vitez, če in samo če je C oproda.
- C reče: B je vitez in E je vitez.
- D reče: A je vitez ali sem jaz oproda.

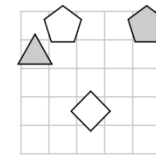
- Oseba A je vitez.
- Oseba B je vitez.
- Oseba C je oproda.
- Oseba D je vitez.
- Oseba E je oproda.

2. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B, C in D), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2, 3 in 4).

Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

1. Petkotnik (C) $\underline{\vee}$ Kvadrat (C)	R
2. Bel (D) \Leftrightarrow Petkotnik (D)	N
3. Siv (B) \vee Bel (D)	N
4. Trikotnik (C) \vee Pod (B, D)	R



Opomba: pod (A, B) pomeni: A je pod B
Oznaki: R - resnično, N - neresnično

Veljajo vsi pogoji:	DBAC						
1. pogoj ni izpolnjen:	DACB		DBCA				
2. pogoj ni izpolnjen:	CBDA		ABDC				
3. pogoj ni izpolnjen:	DABC		DCBA				
4. pogoj ni izpolnjen:	DCAB						

4. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh plemen, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iz istega plemena. Srečamo štiri prebivalce (A, B, C in D). Vsak izreče eno izjavo. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

- A reče B-ju: Si Matemček, če in samo če je C Temaček.
- B reče C-ju: Če sem Temaček, potem je A Temaček.
- C reče D-ju: A je Temaček in D je Matemček.
- D reče A-ju: C je Matemček in A je Matemček.

- Oseba A je temaček.
- Oseba B je matemček.
- Oseba C je matemček.
- Oseba D je matemček.

6. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

vohuni - kakor kdaj

V deželi vitezov, oprod in vohunov srečamo tri osebe (osebe A, B in C). Med njimi je vsaj en vitez in vsaj en oproda. Vsaka oseba poda eno izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez, oproda, vohun?

- A reče: Če je A oproda, potem je C oproda.
- B reče: A je vitez ali C je oproda.
- C reče: A je vitez in C je oproda.

- Oseba A je vohun.
- Oseba B je vitez.
- Oseba C je oproda.

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



3. letnik SŠ
Ime in priimek:

POZOR:
Za vpis napačnega
odgovora se točke odbijejo.

Čas reševanja:
45 minut

ŠOLSKO TEKMOVANJE 2017-18

NAVODILA

- Lik v »svetu« je lahko trikotnik, kvadrat ali petkotnik, po barvi pa bel ali siv.
- Med liki nastopajo relacije: »A je **levo** od B« pomeni, da je središče lika A v stolpcu, ki je levo od stolpca, v katerem je središče lika B; »A je **pod** B« pomeni, da je središče lika A v vrstici, ki je pod vrstico, v kateri je središče lika B. Podobno velja za relaciji »je desno« in »je nad«.
- Resničnost** bomo označevali z 1 (ali R), **neresničnost** pa z 0 (ali N).

IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. Potem je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/2$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Vrednost sestavljenih izjav** je podana s tabelo na desni.
- Za **negacijo izjave** velja, da je vrednost negacij za 1, $1/2$ in 0 enaka 0, $1/2$ in 1.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	$1/2$	$1/2$	1	$1/2$	$1/2$
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	$1/2$	0	$1/2$	1	$1/2$
$1/2$	1	$1/2$	1	1	$1/2$
$1/2$	0	0	$1/2$	$1/2$	$1/2$
$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$

VERJETNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. V tem primeru je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/3$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Pri **vrednosti sestavljenih izjav** veljajo pravila verjetnostnega računa. Pri tem upoštevamo, da je barva lika neodvisna od oblike. Primer: lik C je krog obarvan belo-sivo. Potem je verjetnost izjave *Trikotnik(C) \wedge Bel(C)* enaka $1/6$.

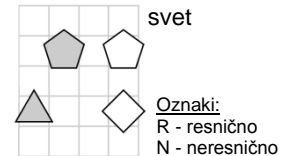
1. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B, C in D), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2, 3 in 4).

Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

Opomba: Pod (A, B) pomeni: A je pod B

1. Kvadrat (C) \Rightarrow Siv (B)	R
2. Siv (A) \Rightarrow Bel (A)	N
3. Siv (B) \vee Bel (C)	R
4. Trikotnik (B) \vee Pod (A, D)	N

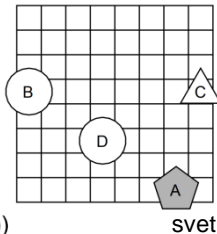


	⬠	⬠	⬠	⬠	⬠	⬠	⬠
Veljajo vsi pogoji:	ACDB						
1. pogoj ni izpolnjen:	ABDC						
2. pogoj ni izpolnjen:	BACD						
3. pogoj ni izpolnjen:	ADCB, ABCD	BCAD, CBAD					
4. pogoj ni izpolnjen:	DCAB						

2. IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

Izračunaj vrednosti izjav v izbrani trovrednostni logiki (uporabi tabelo zgoraj). Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

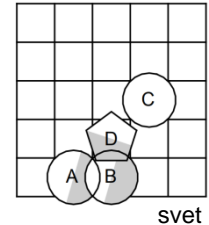
$1/2$	1. \neg Bel (A) \Leftrightarrow Trikotnik (B)
0	2. \neg Siv (B) \wedge Siv (C)
0	3. Bel (D) \wedge Petkotnik (C)
1	4. Kvadrat (C) \Rightarrow Siv (C)
$1/2$	5. \neg Trikotnik (D) \Leftrightarrow Trikotnik (D)
1	6. \neg (Bel (D) \Leftrightarrow \neg Bel (D))
$1/2$	7. \neg (Kvadrat (D) \Leftrightarrow \neg Trikotnik (D))
0	8. \neg (\neg Petkotnik (A) \Leftrightarrow \neg Trikotnik (C))



3. VERJETNOSTNA LOGIKA

Izračunaj vrednosti izjav v verjetnostni logiki. Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

$1/3$	1. \neg Kvadrat (B) \wedge Siv (D)
$1/4$	2. \neg Siv (B) \wedge \neg Siv (D)
$1/6$	3. Trikotnik (B) \wedge Bel (A)
$2/9$	4. Petkotnik (C) \wedge \neg Trikotnik (A)
$2/9$	5. Petkotnik (A) \wedge \neg Kvadrat (C)
0	6. Petkotnik (D) \wedge Kvadrat (D)
1	7. \neg Trikotnik (B) \vee Petkotnik (D)
0	8. Bel (A) \wedge Siv (C)



4. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh plemen, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iz istega plemena. Srečamo štiri prebivalce (A, B, C in D). Vsak izreče eno izjavo. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

- A reče B-ju: Si Matemček, če in samo če je C Temaček.
B reče C-ju: Če sem Temaček, potem je A Temaček.
C reče D-ju: A je Temaček in D je Matemček.
D reče A-ju: C je Matemček in A je Matemček.

Oseba A je temaček.

Oseba B je matemček.

Oseba C je matemček.

Oseba D je matemček.

5. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

vohuni - kakor kdaj

V deželi vitezov, oprod in vohunov srečamo štiri osebe (osebe A, B, C in D). Med njimi je vsaj en vitez in vsaj en oproda. Vsaka oseba poda eno izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez, oproda, vohun?

A reče: A je oproda ali je D oproda.

B reče: A je vitez in B je oproda.

C reče: D je oproda ali je C vitez.

D reče: B je vitez, če in samo če je D vitez.

Oseba A je vohun.

Oseba B je oproda.

Oseba C je vitez.

Oseba D je vohun.

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



4. letnik SŠ
Ime in priimek:

POZOR:
Za vpis napačnega
odgovora se točke odbijejo.

Čas reševanja:
45 minut

ŠOLSKO TEKMOVANJE 2017-18

NAVODILA

- Lik v »svetu« je lahko trikotnik, kvadrat ali petkotnik, po barvi pa bel ali siv.
- Med liki nastopajo relacije: »A je **levo** od B« pomeni, da je središče lika A v stolpcu, ki je levo od stolpca, v katerem je središče lika B; »A je **pod** B« pomeni, da je središče lika A v vrstici, ki je pod vrstico, v kateri je središče lika B. Podobno velja za relaciji »je desno« in »je nad«.
- Resničnost** bomo označevali z 1 (ali R), **neresničnost** pa z 0 (ali N).

IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. Potem je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/2$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Vrednost sestavljenih izjav** je podana s tabelo na desni.
- Za **negacijo izjave** velja, da je vrednost negacij za 1, $1/2$ in 0 enaka 0, $1/2$ in 1.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	$1/2$	$1/2$	1	$1/2$	$1/2$
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	$1/2$	0	$1/2$	1	$1/2$
$1/2$	1	$1/2$	1	1	$1/2$
$1/2$	0	0	$1/2$	$1/2$	$1/2$
$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$

VERJETNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. V tem primeru je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/3$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Pri **vrednosti sestavljenih izjav** veljajo pravila verjetnostnega računa. Pri tem upoštevamo, da je barva lika neodvisna od oblike. Primer: lik C je krog obarvan belo-sivo. Potem je verjetnost izjave *Trikotnik(C) \wedge Bel(C)* enaka $1/6$.

1. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B, C in D), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2, 3 in 4).

Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

Opomba: Pod (A, B) pomeni: A je pod B

1. Kvadrat (C) \Rightarrow Siv (B)	R
2. Siv (A) \Rightarrow Bel (A)	N
3. Siv (B) \vee Bel (C)	R
4. Trikotnik (B) \vee Pod (A, D)	N

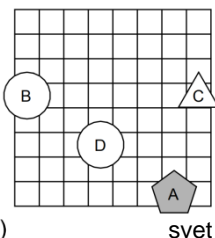


Veljajo vsi pogoji:	ACDB							
1. pogoj ni izpolnjen:	ABDC							
2. pogoj ni izpolnjen:	BACD							
3. pogoj ni izpolnjen:	ADCB, ABCD, BCAD, CBAD							
4. pogoj ni izpolnjen:	DCAB							

2. IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

Izračunaj vrednosti izjav v izbrani trovrednostni logiki (uporabi tabelo zgoraj). Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

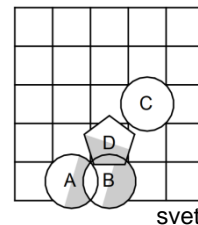
$1/2$	1. \neg Bel (A) \Leftrightarrow Trikotnik (B)
0	2. \neg Siv (B) \wedge Siv (C)
0	3. Bel (D) \wedge Petkotnik (C)
1	4. Kvadrat (C) \Rightarrow Siv (C)
$1/2$	5. \neg Trikotnik (D) \Leftrightarrow Trikotnik (D)
1	6. \neg (Bel (D) \Leftrightarrow \neg Bel (D))
$1/2$	7. \neg (Kvadrat (D) \Leftrightarrow \neg Trikotnik (D))
0	8. \neg (\neg Petkotnik (A) \Leftrightarrow \neg Trikotnik (C))



3. VERJETNOSTNA LOGIKA

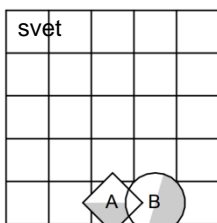
Izračunaj vrednosti izjav v verjetnostni logiki. Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

$1/3$	1. \neg Kvadrat (B) \wedge Siv (D)
$1/4$	2. \neg Siv (B) \wedge \neg Siv (D)
$1/6$	3. Trikotnik (B) \wedge Bel (A)
$2/9$	4. Petkotnik (C) \wedge \neg Trikotnik (A)
$2/9$	5. Petkotnik (A) \wedge \neg Kvadrat (C)
0	6. Petkotnik (D) \wedge Kvadrat (D)
1	7. \neg Trikotnik (B) \vee Petkotnik (D)
0	8. Bel (A) \wedge Siv (C)



4. VERJETNOSTNA LOGIKA - POGOJNA VERJETNOST

V danem svetu je slučajno izbran en lik, recimo mu X. Pogojno verjetnost dogodka E pri pogoju S označujemo $P(E|S)$. Izpolni spodnjo tabelo.



S	P(S)	$P(X = A S)$	$P(X = B S)$
trikotnik (X)	$1/6$	0	1
\neg petkotnik (X)	$5/6$	$3/5$	$2/5$
siv(X) \wedge kvadrat(X)	$1/3$	$3/4$	$1/4$
bel(X) \wedge \neg kvadrat(X)	$2/3$	$3/8$	$5/8$

5. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi - vedno povedo resnico

oprode - vedno lažejo

vohuni - kakor kdaj

V deželi vitezov, oprod in vohunov srečamo štiri osebe (osebe A, B, C in D). Med njimi je vsaj en vitez in vsaj en oproda. Vsaka oseba poda eno izjavo. Na osnovi povedanega ugotovi, katera oseba je vitez, oproda, vohun?

A reče: A je oproda ali je D oproda.

B reče: A je vitez in B je oproda.

C reče: D je oproda ali je C vitez.

D reče: B je vitez, če in samo če je D vitez.

Oseba A je vohun.

Oseba B je oproda.

Oseba C je vitez.

Oseba D je vohun.