

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



POZOR:

- Če ima naloga več rešitev, poišči vsaj dve.
- Če rešitve ni, pojasni zakaj.
- Če je rešitev nedoločljiva, to zapiši.
- Za nepravilen odgovor se točke odbijejo.

1. letnik SŠ

Ime in priimek številka tekmovalca:

DRŽAVNO TEKMOVANJE 2018-19

Čas reševanja:
60 minut

1. SVET

Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov. Oznako resničnosti (R ali N) stavkov zapiši v tabelo levo od stavka. Zadnji primer je rešen.

	1. $\exists x \text{ bel}(x)$
	2. $\forall x (\neg \text{bel}(x))$
	3. $\neg (\exists x \text{ kvadrat}(x))$
	4. $\neg (\exists x (\neg \text{kvadrat}(x)))$
	5. $\exists x \forall y \neq x (\text{nad}(x,y))$
	6. $\exists x \forall y \neq x (\text{desno od}(x,y))$
	7. $\forall x \exists y \neq x (\neg \text{kvadrat}(x) \wedge \neg \text{trikotnik}(y))$
	8. $\forall x \exists y \neq x (\text{trikotnik}(x) \wedge \text{kvadrat}(y))$
R	9. $\text{pod}(B,A)$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
R	N	R	N	R	R	R	N	R

Simboli:

- $\Leftrightarrow$ ekvivalenca (če in samo če)
 $\Rightarrow$ implikacija (če...potem)
 $\wedge$ konjunkcija (in)
 $\vee$ disjunkcija (ali)
 $\underline{\vee}$ ekskluzivna disjunkcija (ali...ali)
 $\neg$ negacija (ne)

Opomba:

pod (A, B) pomeni: A je pod B

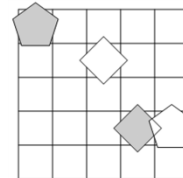
Oznaki:

R - resnično
N - neresnično

2. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B, C in D), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2, 3 in 4). Poišči še imena likov (A, B, C in D), če določen pogoj ni izpolnjen, vsi ostali pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo. Oznaka na desni strani stavka pove, ali je stavek resničen (R) ali neresničen (N).

- | | |
|--|---|
| 1. petkotnik (C) $\vee$ bel (A) | N |
| 2. bel (D) $\Rightarrow$ siv (C) | R |
| 3. bel (D) $\Leftrightarrow$ pod (C, D) | N |
| 4. kvadrat (C) $\underline{\vee}$ nad (B, D) | R |



Opomba:

pod (A, B)

pomeni:

A je pod B

Izpolnjeni vsi pogoji:	ABDC							
2. pogoj ni izpolnjen:	BDAC							
4. pogoj ni izpolnjen:	CDAB							

3. SUDOKU

V kvadratke vpiši števila od 1 do 6, tako da bodo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in vsakem liku nastopala vsa števila.



4. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh plemen, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iz istega plemena. Srečamo prebivalce (A, B, C, D in E). Štirje dajo izjavo. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

- A B-ju: Si Temaček $\Rightarrow$ sem Temaček
 B C-ju: Si Matemček $\vee$ E Matemček
 C D-ju: Si Matemček $\vee$ sem Matemček
 D E-ju: C Temaček $\Rightarrow$ B Matemček

Oseba A je Matemček.

Oseba B je Matemček.

Oseba C je Matemček.

Oseba D je Matemček.

Oseba E je Matemček.

5. AGENT

Pri katerih vrednostih (R-resnično, N-neresnično) enostavnih izjav (A, B, C, D in E) so vsi spodnji stavki zaupanja vrednega agenta resnični? Vrednosti zapiši v spodnjo tabelo.

- $\neg C \vee (E \Rightarrow \neg B)$
 $\neg E \wedge (\neg A \Rightarrow D)$
 $\neg D \Rightarrow (B \wedge \neg E)$
 $C \wedge (E \vee \neg B)$
 $\neg C \Leftrightarrow (B \vee \neg A)$

A	B	C	D	E
R	N	R	R	N

6. RELI

Na avto reliju so po vrsti štartali vozniki s štarthimi številkami od 1 do 10. Spodnja števila po vrsti pomenijo, koliko voznikov, ki so štartali kasneje, je prehitelo voznika na tem mestu. Tako je zadnja številka vedno 0, saj zadnjega nihče ne more prehiteti.

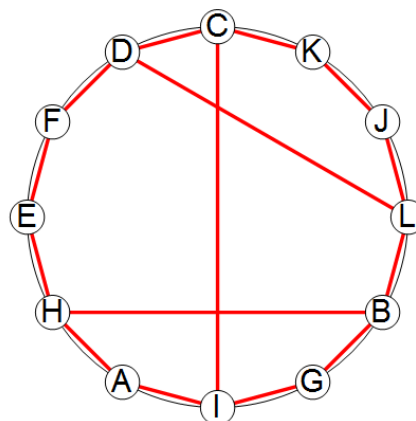
5, 4, 4, 2, 3, 0, 2, 1, 1, 0

Kakšen je bil vrstni red voznikov na cilju?

6, 10, 4, 8, 2, 1, 3, 5, 7, 9

7. PRIJATELJI

Ravna črta med imenoma pomeni, da sta osebi prijatelja. Poišči en razpored imen (razpored imen in črt), tako da bo vsak sedel med dvema svojima prijateljema. Dve imeni sta že vpisani.



MATHEMA LOGIČNA POŠAST



POZOR:

- Če ima naloga več rešitev, poišči vsaj dve.
- Če rešitve ni, pojasni zakaj.
- Če je rešitev nedoločljiva, to zapiši.
- Za nepravilen odgovor se točke odbijejo.

2. letnik SŠ

Ime in priimek številka tekmovalca:

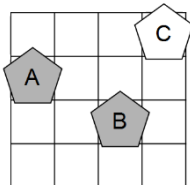
DRŽAVNO TEKMOVANJE 2018-19

Čas reševanja:
60 minut

1. SVET

Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov. Oznako resničnosti (R ali N) stavkov zapiši v tabelo levo od stavka. Zadnji primer je rešen.

- | | |
|---|--|
| | 1. $\exists x$ trikotnik(x) |
| | 2. $\forall x(\neg \text{petkotnik}(x))$ |
| | 3. $\neg(\exists x \text{ siv}(x))$ |
| | 4. $\neg(\forall x(\neg \text{petkotnik}(x)))$ |
| | 5. $\exists x \forall y \neq x(\text{pod}(x,y))$ |
| | 6. $\exists x \forall y \neq x(\text{desno od}(x,y))$ |
| | 7. $\forall x \exists y \neq x(\text{bel}(x) \wedge \neg \text{trikotnik}(y))$ |
| | 8. $\forall x \exists y \neq x(\text{bel}(x) \vee \text{bel}(y))$ |
| R | 9. $\text{pod}(A,C)$ |



1	2	3	4	5	6	7	8	9
N	N	N	R	R	R	N	R	R

Simboli:

- $\Leftrightarrow$ ekvivalenca (če in samo če)
 $\Rightarrow$ implikacija (če...potem)
 $\wedge$ konjunkcija (in)
 $\vee$ disjunkcija (ali)
 ∇ ekskluzivna disjunkcija (ali...ali)
 $\neg$ negacija (ne)

Opomba:
pod (A, B) pomeni: A je pod B

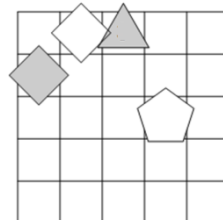
Oznaki:
R - resnično
N - neresnično

2. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B, C in D), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2, 3 in 4). Poišči še imena likov (A, B, C in D), če določen pogoj ni izpolnjen, vsi ostali pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo. Oznaka na desni strani stavka pove, ali je stavek resničen (R) ali neresničen (N).

- siv (D) ∇ bel (B)
- kvadrat (B) ∇ petkotnik (D)
- trikotnik (C) $\Leftrightarrow$ pod (A, D)
- kvadrat (D) $\Leftrightarrow$ nad (B, D)

R
N
R
R



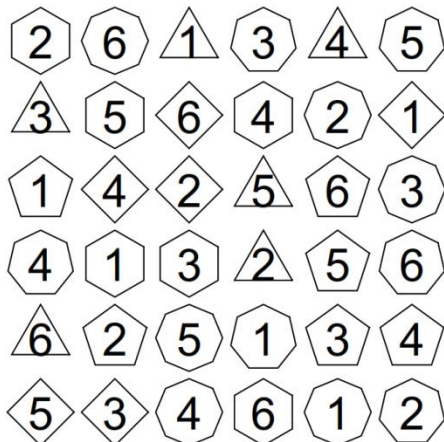
Opomba:
pod (A, B)
pomeni:
A je pod B

Zaporedje likov:

- Izpolnjeni vsi pogoji: DABC
 2. pogoj ni izpolnjen: BADC
 4. pogoj ni izpolnjen: CBAD, CDAB, ADCB (zadostujeta dve rešitvi)

3. SUDOKU

V kvadratke vpiši števila od 1 do 6, tako da bodo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in vsakem liku nastopala vsa števila.



4. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh plemen, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iz istega plemena. Srečamo prebivalce (A, B, C, D in E). Štirje dajo izjavo. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

- A B-ju: D Matemček $\wedge$ C Matemček.
 B C-ju: D Matemček $\Rightarrow$ A Temaček.
 C D-ju: Si Matemček $\Rightarrow$ sem Temaček.
 D E-ju: B Matemček $\Rightarrow$ A Matemček.

- Oseba A je Matemček.
 Oseba B je Temaček.
 Oseba C je Temaček.
 Oseba D je Temaček.
 Oseba E je Temaček.

5. AGENT

Pri katerih vrednostih (R-resnično, N-neresnično) enostavnih izjav (A, B, C, D in E) so vsi spodnji stavki zaupanja vrednega agenta resnični? Vrednosti zapiši v spodnjo tabelo.

- $\neg B \wedge (D \Rightarrow E)$
 $A \Leftrightarrow (D \Rightarrow C)$
 $\neg E \vee (D \Rightarrow \neg A)$
 $C \Rightarrow (E \wedge A)$
 $D \wedge (\neg A \Leftrightarrow \neg B)$

A	B	C	D	E
N	N	N	R	R

6. RELI

Na avto reliju so po vrsti štartali vozniki s štartnimi številkami od 1 do 10. Spodnja števila po vrsti pomenijo, koliko voznikov, ki so štartali kasneje, je prehitelo voznika na tem mestu. Tako je zadnja številka vedno 0, saj zadnjega nihče ne more prehiteti.

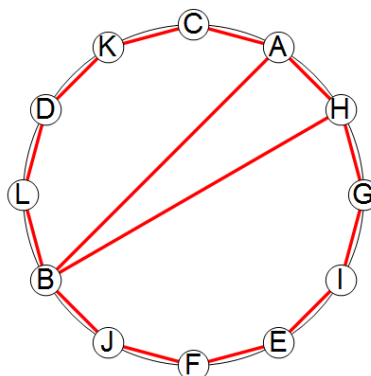
7, 4, 2, 2, 5, 0, 0, 0, 0, 0

Kakšen je bil vrstni red voznikov na cilju?

6, 7, 3, 4, 2, 8, 9, 1, 10, 5

7. PRIJATELJI

Ravna črta med imenoma pomeni, da sta osebi prijatelja. Poišči en razpored oseb (razpored imen in črt), tako da bo vsak sedel med dvema svojima prijateljema. Dve imeni sta že vpisani.



- Če ima naloga več rešitev, poišči vsaj dve.
- Če rešitve ni, pojasni zakaj.
- Če je rešitev nedoločljiva, to zapiši.
- Za nepravilen odgovor se točke odbijejo.

Čas reševanja:
60 minut

A	B	C	D	E
N	R	R	N	N

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



POZOR:

- Če ima naloga več rešitev, poišči vsaj dve.
- Če rešitve ni, pojasni zakaj.
- Če je rešitev nedoločljiva, to zapiši.
- Za nepravilen odgovor se točke odbijejo.

4. letnik SŠ

Ime in priimek številka tekmovalca:

DRŽAVNO TEKMOVANJE 2018-19

Čas reševanja:
60 minut

NAVODILA

- Lik v »svetu« je lahko trikotnik, kvadrat ali petkotnik, po barvi pa bel ali siv.
- Med liki nastopajo relacije: »A je **levo** od B« pomeni, da je središče lika A v stolpcu, ki je levo od stolpca, v katerem je središče lika B; »A je **pod** B« pomeni, da je središče lika A v vrstici, ki je pod vrstico, v kateri je središče lika B. Podobno velja za relaciji »je desno« in »je nad«.
- Resničnost** bomo označevali z 1 (ali R), **neresničnost** pa z 0 (ali N).

IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. Potem je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka 1/2.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka 1/2.
- Vrednost sestavljenih izjav** je podana s tabelo na desni.
- Za **negacijo izjave** velja, da je vrednost negacij za 1, 1/2 in 0 enaka 0, 1/2 in 1.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	1/2	1/2	1	1/2	1/2
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	1/2	0	1/2	1	1/2
1/2	1	1/2	1	1	1/2
1/2	0	0	1/2	1/2	1/2
1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2

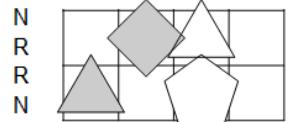
VERJETNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. V tem primeru je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka 1/3.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka 1/2.
- Pri **vrednosti sestavljenih izjav** veljajo pravila verjetnostnega računa. Pri tem upoštevamo, da je barva lika neodvisna od oblike. Primer: lik C je krog obarvan belo-sivo. Potem je verjetnost izjave *Trikotnik(C) ∧ Bel(C)* enaka 1/6.

1. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B, C in D), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2, 3 in 4). Poišči še imena likov (A, B, C in D), če določen pogoj ni izpolnjen, vsi ostali pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo. Oznaka na desni strani stavka pove, ali je stavek resničen (R) ali neresničen (N).

1. trikotnik (A) $\Leftrightarrow$ bel (D)
2. trikotnik (D) $\Rightarrow$ bel (C)
3. kvadrat (D) $\vee$ desno (A, B)
4. siv (A) $\vee$ desno (B, C)



Opomba:

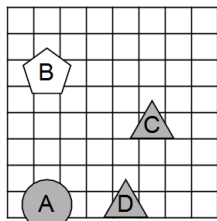
desno (A, B) pomeni
A je desno od B

Izpolnjeni vsi pogoji:	ADBC							
1. pogoj ni izpolnjen:	ABCD				CDBA			
2. pogoj ni izpolnjen:	DBCA							

2. IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

Izračunaj vrednosti izjav v izbrani trovrednostni logiki (uporabi tabelo zgoraj). Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

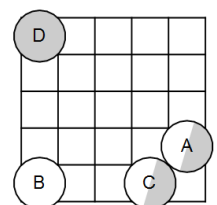
- | | |
|-----|--|
| 1/2 | 1. $\neg$ kvadrat (A) $\vee$ kvadrat (A) |
| 1 | 2. petkotnik (B) $\Leftrightarrow$ petkotnik (B) |
| 1 | 3. $\neg$ siv (B) $\Leftrightarrow$ $\neg$ kvadrat (D) |
| 1/2 | 4. $\neg$ bel (C) $\Leftrightarrow$ $\neg$ trikotnik (A) |
| 1 | 5. bel (C) $\Leftrightarrow$ petkotnik (C) |
| 0 | 6. $\neg$ ($\neg$ petkotnik (C) $\vee$ $\neg$ bel (D)) |
| 0 | 7. $\neg$ (trikotnik (C) $\vee$ kvadrat (B)) |
| 1 | 8. $\neg$ ($\neg$ trikotnik (B) $\wedge$ bel (A)) |



3. VERJETNOSTNA LOGIKA

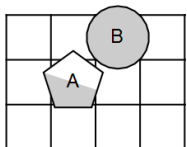
Izračunaj vrednosti izjav v verjetnostni logiki. Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

- | | |
|-----|---|
| 7/9 | 1. kvadrat (B) $\vee$ $\neg$ trikotnik (C) |
| 5/6 | 2. siv (A) $\vee$ $\neg$ trikotnik (C) |
| 2/3 | 3. $\neg$ bel (B) $\vee$ $\neg$ trikotnik (A) |
| 5/6 | 4. $\neg$ trikotnik (D) $\vee$ $\neg$ siv (A) |
| 2/9 | 5. $\neg$ kvadrat (B) $\wedge$ kvadrat (A) |
| 1/3 | 6. trikotnik (C) $\wedge$ $\neg$ bel (D) |
| 1/3 | 7. $\neg$ bel (B) $\vee$ kvadrat (B) |
| 1 | 8. $\neg$ siv (B) $\wedge$ bel (B) |



4. VERJETNOSTNA LOGIKA - POGOJNA VERJETNOST

V danem svetu je slučajno izbran en lik, recimo mu X. Pogojno verjetnost dogodka E pri pogoju S označujemo $P(E|S)$. Izpolni spodnjo tabelo.



S	P(S)	$P(X = A S)$	$P(X = B S)$
<i>siv(X)</i>	3/4	1/3	2/3
$\neg$ <i>siv(X)</i>	1/4	1	0
<i>bel(X) ∧ kvadrat(X)</i>	0	—	—
<i>siv(X) ∨ trikotnik(X)</i>	3/4	1/3	2/3

5. RELI

Na avto reliju so po vrsti štartali vozniki s štartnimi številkami od 1 do 10. Spodnja števila po vrsti pomenijo, koliko voznikov, ki so štartali kasneje, je prehitelo voznika na tem mestu. Tako je zadnja številka vedno 0, saj zadnjega nihče ne more prehiteti.

5, 4, 0, 0, 1, 4, 3, 1, 0, 0

Kakšen je bil vrstni red voznikov na cilju?

3, 4, 9, 5, 2, 1, 8, 10, 7, 6

6. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh plemen, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iz istega plemena. Srečamo prebivalce (A, B, C, D, E in F). Pet jih da izjavo. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

A B-ju: Sem Temaček $\vee$ F Matemček
B C-ju: A Temaček $\vee$ F Temaček
C D-ju: B Matemček $\wedge$ E Matemček
D E-ju: A Temaček $\Rightarrow$ sem Matemček
E F-ju: Si Temaček $\vee$ C Temaček

Oseba A je Temaček.
Oseba B je Temaček.
Oseba C je Temaček.
Oseba D je Matemček.
Oseba E je Matemček.
Oseba F je Matemček.